Электрические цепи переменного тока

Теоретическое занятие

Специальность: 15.02.06 Монтаж, техническая эксплуатация и ремонт холодильно-компрессорных и теплонасосных машин и установок (по отраслям)

ОП.02 Электротехника и электроника

Тема 1.3. Электрические цепи переменного тока

Преподаватель: Рутенко А.В.

2022

Электрические цепи переменного тока

Переменный ток получил гораздо большее распространение в промышленности и в быту, чем постоянный, так как упрощается конструкция электродвигателей, а синхронные генераторы могут быть выполнены на значительно большие мощности и более высокие напряжения, чем генераторы постоянного тока. Переменный ток позволяет легко изменять величину напряжения с помощью трансформаторов, что необходимо при передаче электроэнергии на большие расстояния. Электрический ток, возникающий под действием э. д. с, которая изменяется по синусоидальному закону, называют переменным. По существу, переменный ток — это вынужденные колебания тока в электрических цепях. Амплитудой переменного тока называется наибольшее значение, положительное или отрицательное, принимаемое переменным током. Периодом называется время, в течение которого происходит полное колебание тока в проводнике. Частота — величина, обратная периоду. Фазой называется угол ωt или $\omega t \pm \psi$, стоящий под знаком синуса. Фаза характеризует состояние переменного тока с течением времени. При t=0 фаза называется начальной. Периодический режим: $I_0(t) = I_0(t + \kappa T)$. К такому режиму может быть отнесени синусоидальный: $U_0(t) = U_0(\omega t) = U_m \sin(\omega t + \psi_U)$

где

U_m — амплитуда;

ψ_U — начальная фаза;

$\omega = 2\pi / T = 2\pi f$ — угловая скорость вращения ротора генератора.

При f=50Гц T= 1/f=0,02 с, 314рад/с.

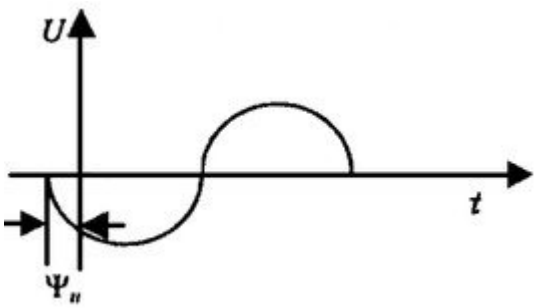


График синусоидальной функции называется волновой диаграммой. Расчет цепей переменного тока с использованием мгновенных значений тока, напряжения и ЭДС требует громоздкой вычислительной работы. Поэтому изменяющиеся непрерывно во времени токи, напряжения и ЭДС заменяют эквивалентными во времени величинами.

При расчете электрических цепей синусоидальную функцию выражают по формуле Эйлера через экспоненциальные функции:

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha;$$

$$\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2};$$

$$\sin\alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

Где $j = \sqrt{-1}$

Тогда

$$U(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = \frac{U_m e^{j(\omega t+\psi_u)} - U_m e^{-j(\omega t+\psi_u)}}{2j} = \frac{\dot{U}_m e^{j\omega t} - \dot{U}_m e^{-j\omega t}}{2j}$$

Где $e^{j(\omega t+\psi_u)} = e^{j\omega t} e^{j\psi_u};$

$e^{j\omega t}$ — поворотный множитель;

$U_m e^{j\psi_u} = \dot{U}_m$ — комплексная амплитуда напряжения;

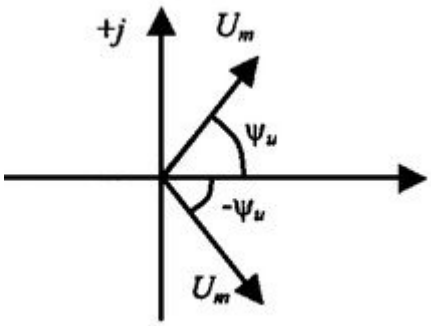
$U_m e^{-j\psi_u} = \dot{U}_m$ — сопряженная комплексная амплитуда напряжения.

Таким образом, синусоидальное напряжение можно представить на комплексной плоскости вращающимся вектором. Тогда амплитудное значение напряжения U_m будет представлять собой модуль или длину вектора напряжения.

Вектор напряжения на комплексной плоскости

Так как в цепи с синусоидальным напряжением ток тоже будет подчиняться этому закону, то аналогично можно записать

$$I_0(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \frac{I_m e^{j(\omega t+\psi_i)} - I_m e^{-j(\omega t+\psi_i)}}{2j} = \frac{\dot{I}_m e^{j\omega t} - \dot{I}_m e^{-j\omega t}}{2j}$$



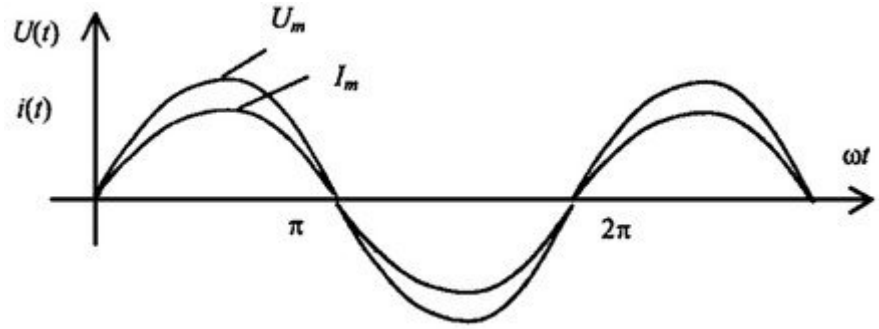
где

$I_m e^{j\psi_i} = \dot{I}_m$ — комплексная амплитуда тока; $I_m e^{-j\psi_i} = \dot{I}_m$ — сопряженная комплексная амплитуда тока.

Разделив напряжение на ток, получим закон Ома в комплексном виде:

$$\frac{U_0(t)}{I_0(t)} = \frac{\dot{U}_m e^{j\omega t} - \dot{U}_m e^{-j\omega t}}{2j} : \frac{\dot{I}_m e^{j\omega t} - I_m \dot{e}^{-j\omega t}}{2j} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{U_m e^{j\psi_u}}{I_m e^{j\psi_i}} = Z$$

При $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ напряжение на сопротивлении согласно закону Ома $u = iR = RI_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$. Таким образом, следует отметить, что на активном сопротивлении напряжение и ток совпадают по фазе и $\psi_u - \psi_i = \varphi = 0$ (см. рисунок).



Кривые напряжения и тока в активном сопротивлении.

Величину переменного напряжения или тока можно оценить значением амплитуды или средним значением за полупериод или действующим значением. При изменении напряжения или тока по закону синуса среднее значение напряжения определяется:

$$U_{cp} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} U_m \sin(\omega t)\, d\omega t = \frac{2U_m}{\pi} = 0{,}637 U_m$$

При большой частоте вращения ротора генератора, т. е. при большой частоте колебаний э. д. с. и силы тока, измерять их амплитуды на практике крайне неудобно. По этой причине ввели величины, названные действующими значениями э. д. с, силы тока и напряжения. Действующим значением силы переменного тока называют силу такого постоянного тока, при прохождении которого по той же цепи и за то же время выделяется такое же количество теплоты, как и при прохождении переменного тока.

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2 dt$$

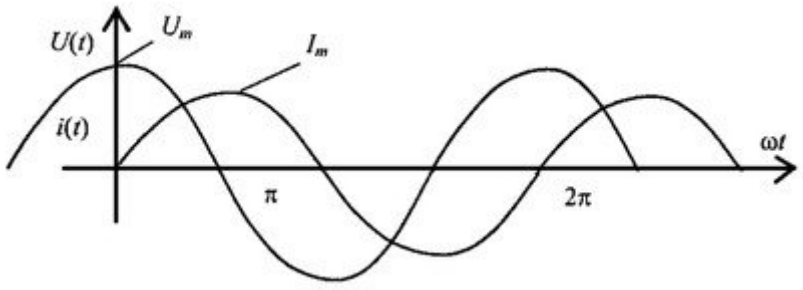
откуда

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

При синусоидальном законе действующие значения тока и напряжения:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Приборы электромагнитной системы, применяемые для измерений напряжений и токов на переменном токе, регистрируют действующие значения. Соответственно градуируются и шкалы этих приборов. Кривые напряжения и тока в индуктивном сопротивлении



Напряжение на индуктивности определяется выражением

$$U = U_L = -e_L = L\frac{di}{dt} = L\omega I_m \cos(\omega t + \psi_i) = U_m \sin(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2})$$

где

$$U_m = I_m \omega L = I_m X_L; X_L = \omega L = 2\pi f L$$

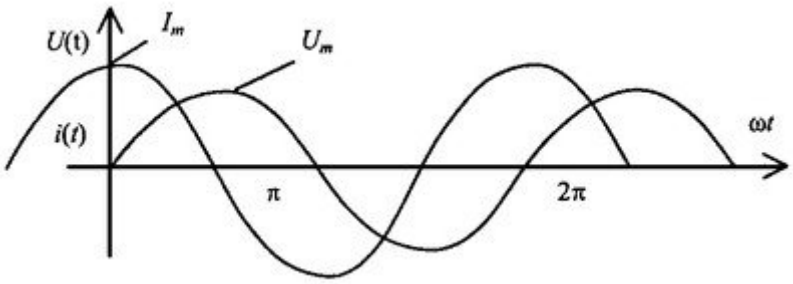
X_L-индуктивное сопротивление. Индуктивное сопротивление выражают в омах, оно играет роль сопротивления в цепи переменного тока с катушкой индуктивности. В идеальной индуктивности ток отстает от напряжения на 90°. $\psi_u - \psi_i = \varphi = 90^0$

Если напряжение на емкости меняется по закону синуса $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, то $i = C\frac{dU_c}{dt} = C\omega U_m \cos(\omega t + \psi_u) = I_m \sin(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2})$ $I_m = U_m \omega C; X_c = \frac{1}{\omega C}; I_m = \frac{U_m}{X_c} = U_m \omega C$

- -емкостное сопротивление.

Емкостное сопротивление выражается в омах, оно играет роль сопротивления в цепи переменного тока с конденсатором.

Кривые напряжения и тока в емкостном сопротивлении



В идеальной емкости ток опережает напряжение на 90° $\psi_i - \psi_u = 90^0$

Режим — состояние электрической цепи переменного тока описывается дифференциальными уравнениями, представляющими собой уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью, например:

$$Ri + L\frac{di}{dt} = U(t)$$

Из курса высшей математики известно, что общее решение такого уравнения может быть найдено методом наложения принужденного и свободного режимов:

$$i = i_{св} + i_{пр}, Ri_{св} + L\frac{di_{св}}{dt} = 0$$

где

$i_{пр} = U / R$ — ток принужденного режима при di/dt=0

$U(t) = U_0; i_{св} = Ae^{kt}$ — ток свободного режима.

Свободные процессы исследуются с целью определения устойчивости системы. В устойчивой системе процессы должны затухать. Принужденный и свободный режимы в сумме определяют процессы, которые называются переходными, т.е. осуществляется переход от одного установившегося режима к другому. При установившемся режиме ток и напряжение сохраняют в течение длительного времени амплитудные значения. В цепях постоянного тока токи и напряжения остаются неизменными, а в цепях переменного тока остаются неизменными кривые изменения токов и напряжений.

Мощность цепи переменного тока. В периодическом синусоидальном режиме

$$p(t) = u(t)i(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

Используя известное тригонометрическое преобразование

$$\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right]$$

и обозначив $\varphi = \psi_u - \psi_i$, получим

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2}\left[\cos(\psi_u - \psi_i) - \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)\right] = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)$$

Среднее за период значение гармонической функции удвоенной частоты равно нулю. Измерение мгновенного значения мощности переменного тока затруднено из-за сравнительно большой частоты колебаний (v = 50 Гц). Поэтому на практике принято пользоваться средней мощностью тока. Средняя мощность — это отношение энергии, потребляемой за один период, к периоду:

$$P_{cp} = P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} p(\omega t)\, d\omega t = UI\cos\varphi$$

где

$\cos\varphi$ — энергетическое значение коэффициента мощности,

Потребляемая на участке цепи с резистором средняя мощность получила название активной мощности. Она необратимо преобразуется в джоулеву теплоту и другие виды энергии. Мощность, потребляемую на участках цепи с емкостным и индуктивным сопротивлениями, называют реактивной мощностью.

При передаче электрической энергии по цепи переменного тока ее необратимые преобразования происходят только на тех участках цепи, которые содержат

резисторы. Такие участки цепи называют активной нагрузкой. На активной нагрузке электроэнергия превращается в теплоту или механическую работу. Участок цепи с индуктивностью или емкостью называют реактивной нагрузкой. На участках цепи, которые состоят из чистых емкостных или индуктивных сопротивлений, электроэнергия не потребляется. В цепи с реактивными нагрузками происходит только перекачка энергии от генератора к нагрузке и обратно с неизбежными потерями в подводящих проводах.

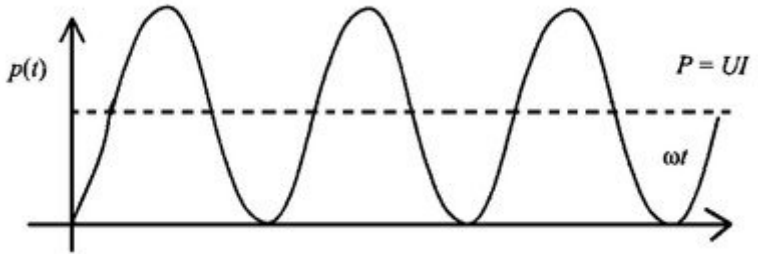
$$I = \frac{P}{U\cos\varphi}; P = UI\cos\varphi = RI^2 = U^2 g$$

При заданных P и U ток является функцией cosj. Потери мощности на сопротивлении $\Delta P = I^2 R.$ В цепи с резистором j=0. Коэффициент мощности cosj показывает, какая часть полной мощности, вырабатываемой генератором и передаваемой нагрузке, необратимо используется нагрузкой. Он играет важную роль в электротехнике. В самом деле, если в цепи имеется значительный сдвиг по фазе между колебаниями тока и э. д. с, то коэффициент мощности мал и нагрузка потребляет от генератора малую активную мощность. Вместе с тем генератор должен вырабатывать полную мощность S. Эту же мощность должен отдавать генератору первичный двигатель. Таким образом, при низком коэффициенте мощности нагрузка потребляет лишь часть энергии, которую вырабатывает генератор. Оставшаяся часть энергии перекачивается периодически от генератора к потребителю и обратно и рассеивается в линиях электропередачи. Максимально благоприятные условия передачи электроэнергии создаются в цепи, работающей в режиме резонанса. В самом деле, при приближении к резонансу амплитуда силы тока оказывается максимальной и коэффициент мощности стремится к единице. В этом случае активная мощность приближается к полной мощности, т. е. достигает максимума. Повышение к. м. является важной народнохозяйственной задачей, от решения которой зависит эффективность использования вырабатываемой электроэнергии.

Уменьшение к. м. в промышленных цепях происходит в основном за счет содержащихся в них трансформаторов и асинхронных электродвигателей, имеющих значительные индуктивные сопротивления. Поэтому повысить к. м. при таких

нагрузках можно путем подключения параллельно основной цепи компенсирующих конденсаторов, позволяющих приблизиться к режиму резонанса токов. С целью повышения к. м. и экономии электроэнергии не следует допускать холостого хода (т. е. работы без нагрузки) трансформаторов и асинхронных электродвигателей, ибо в этом случае они представляют собой чисто индуктивные сопротивления и вызывают дополнительные потери мощности. Коэффициент мощности (к. м.) ни в коем случае нельзя путать с коэффициентом полезного действия (к. п. д.). Так, например, при определенном соотношении емкости и индуктивности коэффициент мощности в данной цепи может оказаться равным единице. Коэффициент же полезного действия цепи всегда меньше единицы.

Мощность цепи переменного тока



Мощность в активном сопротивлении. Мгновенное значение мощности для цепи с резистором:

$$p = ui = U_m I_m \sin^2(\omega t + \psi_u) = \frac{U_m I_m}{2}(1 - \cos 2(\omega t + \psi_u));$$

Из рисунка видно, что потребляемая резистором мгновенная мощность остается все время положительной, но пульсирует с удвоенной по отношению к силе тока и э. д. с. частотой. Действующее значение мощности:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T pdt = UI = I^2 R$$

Активная мощность в цепи с идеальной катушкой индуктивности и конденсатором равна 0. Реактивная мощность определяется выражением:

$$Q = U_L I = I^2 X_L$$

Аналогично можно проделать для цепи с идеальным конденсатором:

$$Q = U_C I = I^2 X_c$$

В произвольной цепи переменного тока потребляемая одновременно активной и реактивной нагрузками суммарная мощность

$$P = P_R + P_C + P_L$$

Но так как $P_C = P_L = 0$, следовательно, $P = P_R$. Мы приходим к выводу, что суммарная средняя мощность, потребляемая полной цепью переменного тока, равна активной мощности.

$$P = P_R = \frac{U}{Z} IR = UI \cos\varphi = S \cos\varphi$$

где S — полная мощность, вырабатываемая генератором переменного тока, ВА;

а — сдвиг по фазе между колебаниями э. д. с. и силы тока[1].

[1] Новиков Ю.Н. Электрические цепи и сигналы. Базовые сведения, расчетные задания: учебное пособие для СПО. 2-е изд., стер. – СПб.: Лань. 2022.

Список использованной литературы

1. Лунин В.П., Кузнецов Э.В. Электротехника и электроника. В 3 томах. Том 1. Электрические и магнитные цепи. 2-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум для СПО. М.: Издательство Юрайт, 2022. – 225 с.

2. Новиков Ю.Н. Электрические цепи и сигналы. Базовые сведения, расчетные задания: учебное пособие для СПО. 2-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2022. – 356 с.